伍永平, 闫壮壮, 罗生虎, 等. 煤岩组合体应力传递与强度特征倾角效应[J]. 煤炭科学技术, 2023, 51(1): 105−117.
WU Yongping, YAN Zhuangzhuang, LUO Shenghu, *et al*. Dip effect of stress transfer and structural instability mechanism of coal-rock combination[J]. Coal Science and Technology, 2023, 51(1): 105−117.

移动扫码阅读

煤岩组合体应力传递与强度特征倾角效应

伍永平[1,2], 闫壮壮[1,2], 罗生虎[2,3], 汤业鹏[1,2], 王 同[1,2], 曹建利[1,2]
(1. 西安科技大学 能源学院, 陕西 西安 710054; 2. 西安科技大学 西部矿井开采及灾害防治教育部实验室, 陕西 西安 710054; 3. 西安科技大学 理学院, 陕西 西安 710054)

摘 要: 大倾角煤层安全高效开采的关键在于对围岩稳定性的有效控制，揭示煤岩组合体采动力学行为倾角效应是大倾角煤层多尺度围岩协同控制的基础。针对煤岩组合体在不同倾角时的层间应力传递、主应力偏转及非均衡变形破坏等力学特征，采用岩石力学试验、数值模拟与理论分析综合互馈的研究手段，分析了煤岩组合体内部主应力展布形态以及变形破坏规律的倾角效应。结果表明：倾角在 0°~60°变化时，交界面处的煤岩组合体主应力大小和方向的演化特征分为 2 类；当层面倾角小于临界倾角 α_0 时，煤岩组合体第 1 主应力随倾角增大而减小，第 3 主应力呈“煤减+岩增”的单调演变趋势，主应力方向呈“煤顺+岩逆”的偏转状态；当层面倾角大于临界倾角 α_0 时，煤岩组合体第 1 主应力随倾角增大而增大，第 3 主应力变化幅度增大，主应力方向呈“煤逆+岩顺”的偏转状态；煤岩组合体受倾角影响时的 2 种状态的力学特征不同使得煤岩组合体由“交界面上侧岩体+非交界面部分煤体”转变为“交界面下侧煤体+非交界面部分煤体”的组合破坏模式，即对应于组合体的剪切变形破坏规律向界面处的滑移破坏规律的转变，因而煤岩组合体的强度随倾角增大而降低。研究结果揭示了煤岩组合体应力非均衡传递规律及其破坏机理的倾角效应，对大倾角煤层安全高效开采具有一定的理论参考意义。

关键词: 倾角效应; 非均衡应力传递; 煤岩组合体; 力学特性; 相似材料
中图分类号: TD323 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253−2336(2023)01−0105−13

Dip effect of stress transfer and structural instability mechanism of coal-rock combination

WU Yongping[1,2], YAN Zhuangzhuang[1,2], LUO Shenghu[2,3], TANG Yepeng[1,2], WANG Tong[1,2], CAO Jianli[1,2]
(1. *School of Energy Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an* 710054, *China*; 2. *Key Laboratory of Western Mine Exploitation and Hazard Prevention Ministry of Education, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an* 710054, *China*; 3. *College of Sciences, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an* 710054, *China*)

Abstract: The key to safe and efficient mining of steeply dipping coal seams is an effective control of surrounding rock. Revealing the dip effect on mining mechanical behavior of coal-rock combination are the basis for the multi-scale surrounding rock collaborative control in steeply dipping coal seams. According to mechanical characteristics of coal-rock combination such as stress transfer between layers, principal stress deflection and non-equilibrium deformation and failure at different inclination angles, the dip effect of principal stress distribution and deformation and failure law in coal-rock combination is analyzed by research methods of rock mechanics experiment, numerical simulation and theoretical analysis combined with feedback. The results show that: when the angle changes in the range of 0°–60°, the evolution characteristics of the size and direction of the principal stress of the coal-rock combination at the interface are divided into two categories; When the dip angle is less than the critical angle α_0, the first principal stress decreases with the increase of the dip angle, the

收稿日期: 2022−09−15 **责任编辑:** 常 琛 **DOI:** 10.13199/j.cnki.cst.2022-1492
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (52274139, 51974227, 51634007)
作者简介: 伍永平 (1961—), 男, 陕西汉中人, 教授, 博士生导师, 博士。Tel: 029-85583143, E-mail: wuyp@ xust.edu.cn
通讯作者: 闫壮壮 (1998—), 男, 陕西延安人, 硕士研究生。E-mail: 1278569119@.qq.com

third principal stress exhibits a monotonic evolution trend of “coal decrease + rock increase”, and the principal stress direction is a deflection state of “coal clockwise + rock counterclockwise”. When the angle is larger than the critical angle α_0, the first principal stress of the coal-rock combination increases with the increase of the angle, the variation of the third principal stress increases, and the principal stress direction is in the deflection state of “coal counterclockwise + rock clockwise”. When the coal-rock combination is affected by the dip angle, the mechanical characteristics of the two states are different, so that the combined failure mode of coal-rock combination changes from “the rock mass on the upper side of the interface + non-interface part of the coal body” to “the lower side of the interface + non-interface part of the coal body”. That is, corresponding to the transformation of the shear deformation failure law of the composite body to the slip failure law at the interface. Therefore, the strength of coal-rock combi-nation decreases with the increase of dip angle. The research results reveal the non-equilibrium transfer law of stress in coal-rock combination and the dip effect of its failure mechanism, which has certain theoretical reference significance for the safe and efficient mining of steeply dipping coal seams.

Key words: dip effect; non-equilibrium stress transmission; coal-rock combination; mechanical characteristics; similar material

0　引　　言

岩体强度是岩体力学中的重要内容之一，该问题与地下工程中的生产实际有着十分密切的联系，其中岩体稳定性和动力现象问题都直接或间接的与岩体强度有关[1]。在采矿工程中，大倾角煤层因埋藏条件特殊而开采难度高于近水平煤层，受煤层倾角影响，其矿压显现规律和围岩应力展布形态具有典型的非对称特征[2−3]。随着工作面推进，该类倾斜煤层工作面前方煤岩组合体在不同的应力状态会引发煤岩组合体不同的失稳破坏形式。

层状岩体具有显著的横观各向同性等特征，其变形和强度特征明显不同于其他岩体[4]。煤岩组合体作为层状岩体的一类，其组合结构失稳问题一直受到国内外学者的广泛关注。当前研究煤岩组合体最常用的方法是数值模拟与岩石力学试验。岩石力学实验主要通过单轴和三轴加载对煤岩组合体进行相关研究，如张泽天等[5]、郭东明等[6]、杨科等[7]、CHEN 等[8] 分别从单轴和三轴加载条件下研究了煤岩组合体组合方式和倾角等因素对其力学特性以及破坏特征的影响，结合 CT 扫描与声发射技术等手段对煤岩组合体的力学参数和破坏特征作出量化表征。窦林名等[9] 研究了煤岩组合体的变形破裂电磁辐射规律，并由此来对冲击矿压的危险性进行评价和预测预报。左建平等[10] 通过三轴压缩试验研究了煤岩组合体的破坏行为和峰值强度等随围压升高的演化规律。解北京等[11]、李成杰等[12]、宋录生等[13] 对不同组合比以及不同倾角条件下煤岩组合体进行了冲击载荷试验，解释了煤岩组合体在冲击载荷下的动力学特征，探究了裂隙不同位置与倾角的分形特性。杨磊等[14] 主要从能量角度研究了煤岩组合体的演化规律与破坏机制，提出了储能特性决定裂纹起裂、能量释放主导裂纹扩展的能量驱动机制。相比之下，数值模拟方法更加方便直观地从不同的细观角度研究了煤岩组合体的内部力学特征。王学滨等[15]、郭伟耀等[16]、曹吉胜等[17]、付斌等[18] 分别采用 PFC，FLAC，RFPA 等软件对煤岩组合体进行单双轴压缩模拟试验，对试件的强度特征和破坏形态展开分析，研究了煤岩组合体自身强度比、高度比以及倾角等因素变化时的影响机制。

现有研究成果主要关注于煤岩组合体试件变形破坏后的能量、裂隙等特征来研究其力学特征与破坏机制，忽视了因极限平衡状态下的初始破坏特征而诱发裂纹扩张或宏观结构性失稳的重要性。结构性失稳与不同的初始破坏特征有着必然联系[19]，而对于不同倾角的煤岩组合体，由于其交界面处不同的应力非均衡传递规律使得受载变形后煤岩组合体内部各位置处于不同的应力状态，则相对更接近极限平衡的应力状态位置易于破坏，从而诱发不同的结构性失稳。因此，量化表征煤岩组合体界面应力非均衡传递规律和变形破坏特征显得尤为重要。

为研究不同倾角煤岩组合体应力传递与受载破坏特征，利用岩石力学试验与数值模拟分析了不同倾角条件下煤岩组合体变形破坏规律以及交界面处主应力大小渐变方向偏转演变规律，基于层状岩体破坏理论建立了单轴压缩条件下倾斜煤岩组合体力学模型，探究了不同倾角煤岩组合体界面应力非均衡传递规律及其强度特征，研究结果对于大倾角煤层安全高效开采具有一定的理论参考意义。

1　煤岩组合体破坏特征

1.1　试样制备与试验过程

煤岩组合体广泛赋存于煤矿开采的众多工程现场，但直接从现场获取组合体试样岩性存在较大差异，研究成果普适性较低。为使煤岩材料密度更为均匀以达到试验结果具有可重复性的目的，以浇筑

加工制成的与实际物理力学性质相似的煤、岩体为试验对象开展相关研究[20–22]。先采用石英砂为骨料，以水泥和石膏为胶结材料开展混凝土试样的配比试验研究，在结果中选取与煤、岩性质相似的混凝土配比。通过试验研究，选用 C325 水泥、70~140 目石英砂、石膏和水为原材料，最终确定煤的质量配比为水泥、石膏、河沙、水配比为 1∶0.45∶0.8∶0.45，岩的质量配比为水泥、石膏、河沙、水配比为 1∶0∶1.2∶0.35。将两者分层浇筑至模具中，经 28 d 的养护后两者自然粘合，使用取心机取心后在岩石切割机上以不同倾角进行切割、打磨最终为 5 cm×10 cm(ø×*h*) 的标准试件。由于岩石力学试验中超过 60°的试件煤岩交界面受上下两端的边界效应影响程度较为明显，其试验结果合理性有待讨论，因此分别制作 5 组界面倾角为 0°、15°、30°、45°和 60°的煤岩组合体进行试验研究，如图 1 所示。

试验设备采用 HCT605 A 微机控制电液伺服压力试验机，首先对单一的煤、岩试件基本物理力学参数进行测试，测得煤、岩单体物理力学参数见表 1，其次对不同倾角煤岩组合体进行单轴加载试验，对组合体裂隙演化规律及宏观破坏特征进行分析。采用位移控制的加载方式，加载速度为 0.005 mm/s，加载至试样失稳破坏。

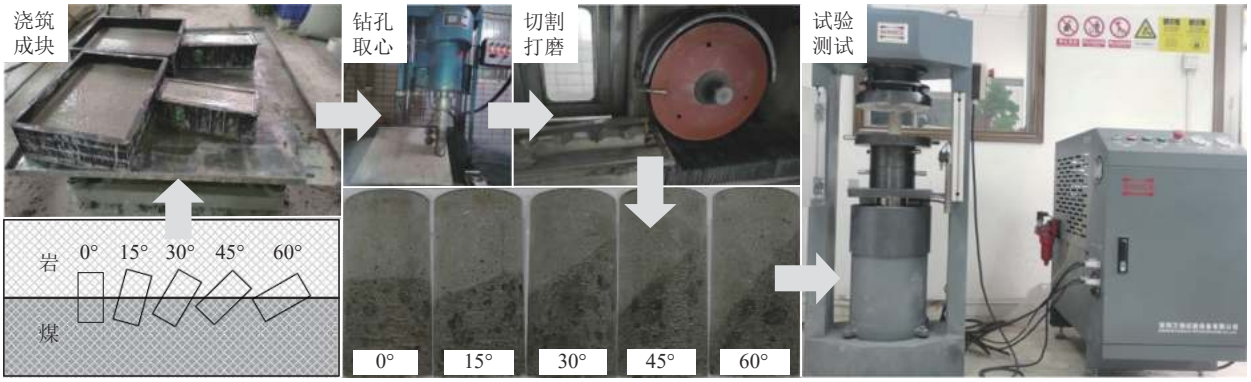


图 1　组合体试样制备及试验流程

Fig.1　Preparation of assembly samples and experimental procedures

表 1　单一煤、岩试件物理力学参数

Table 1　Coal and rock material parameters

材料属性	弹性模量/GPa	泊松比	抗压强度/MPa	黏聚力/MPa	内摩擦角/(°)	材料密度/(kg•m^{-3})
煤	1.47	0.28	13.37	3.93	31.85	1 350
岩	4.90	0.22	54.62	5.79	46.03	2 530

1.2　结果分析

不同倾角煤岩组合体在单轴加载条件下具有不同破坏特征，导致其单轴强度也不同，如图 2 所示。随着倾角的增大，煤岩组合体单轴抗压强度呈现先减小后增大的趋势，其裂纹发育也由组合体的剪切变形破坏规律转变为界面处的滑移破坏规律。

界面倾角在 0°~30°内时，其单轴强度相对较高，在 17~20 MPa 内，整体破坏形式主要以脆性破坏为主。岩体部分呈拉剪破坏形式的单一裂纹并轴向发育，而煤体部分呈现出 X 形压剪破坏特征。对于界面倾角为 45°和 60°的煤岩组合体试件，单轴压缩强度相对较低，处于 14~17 MPa 内，界面对其破坏强度影响较大，整体破坏形式以煤体的塑性破坏为主。岩体部分基本未发生破坏，试件破坏主要发生在煤体靠近交界面处，裂纹基本沿着界面切向发育。由于 45°和 60°的煤岩组合体交界面处的滑移破坏导致

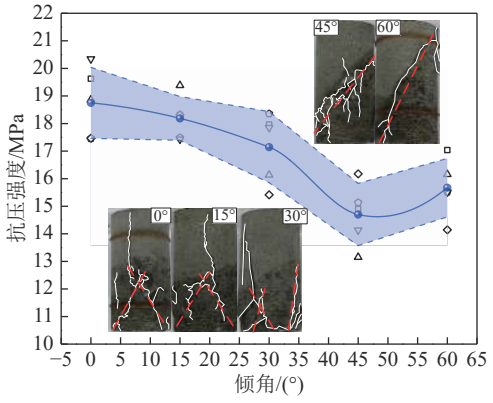


图 2　不同倾角煤岩组合体抗压强度及其典型破坏模式

Fig.2　Compressive strength and typical failure modes of coal-rock mass with different dip angles

其整体承载能力下降，强度相对降低。

2　煤岩组合体主应力演化特征

2.1　数值计算模型

由试验结果分析可知，煤岩组合体交界面在不同倾角时具有不同的破坏特征，而相同条件下不同倾角时煤岩组合体交界面应力状态的改变是导致其强度不同的主要原因。鉴于数值模拟具有可重复性，应进一步模拟煤岩组合体在单轴加载条件下处于初始破坏前弹性阶段的平衡状态下分析内部主应力状态的演变特征对其强度的影响。以下通过 FLAC^{3D} 有限差分软件构建不同界面倾角的煤岩组合体计算模型，如图 3 所示。采用岩和煤 2 种岩石组成的圆柱体模型为本次数值模拟的试件形状，模型尺寸为 5 cm×10 cm(ø×h)。煤岩物理力学性质采用岩石力学试验的结果参数 (表 1)，试件上下表面施加竖直定载 P_z=1 MPa。

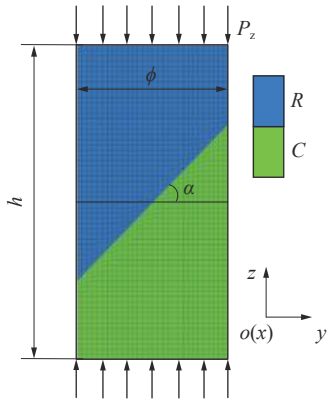


图 3　计算模型

Fig.3　Calculation model

模型坐标原点位于试件几何中心，亦是煤岩交界面中心，以原点为基准点，交界面绕 x 轴转过的倾角为 α。除改变倾角外，模型的物理力学性质 (表 1) 与边界条件等均保持不变，各倾角模型信息见表 2。为进一步探究单轴压缩下煤岩组合体强度破坏特征的倾角效应在主应力大小上的体现，基于弹塑性理论利用 Fish 语言对模拟结果文件进行后处理，将数值模拟结果中的 yoz 测面上的应力响应和理论模型煤岩交界层面处的应力分量并统一换算为该平面内的主应力进行分析。

表 2　模型信息

Table 2　Model information

界面倾角/(°)	ø×h /(cm×cm)	节点数	单元数
0	5×10	37 262	36 000
15	5×10	39 658	36 476
30	5×10	42 018	36 492
45	5×10	44 770	36 492
60	5×10	48 038	36 452

2.2　第 1 主应力展布形态与演化规律

图 4 为交界面在不同倾角下煤岩组合体受载变形后第 1 主应力大小演化分布云图，分析可知，当倾角为 0°时，由于煤岩物理力学性质差异，导致岩体受岩体的拉约束作用，其交界面部分的第 1 主应力为拉应力；而在煤体受到岩体的压约束作用，导致其交界面部分的第 1 主应力为压应力。随着倾角从 0°增加至 30°过程中，煤岩组合体交界面处的约束形式不变但约束程度开始降低。当层面倾角从 30°增大至 45°时，交界面处岩体由受拉状态转为受压状态，煤体反而由受压状态转为受拉状态。随着层面倾角由 45°继续增大，煤岩组合体交界面处的约束作用经历转变后开始增大，交界面处岩体第 1 主应力为压应力，煤体第 1 主应力为拉应力，影响范围由交界面中部向两端转移。

可以看出，在倾角为 0°时，界面约束影响范围呈拱形分布，岩体交界面处第 1 主应力极值为 0.25 MPa，处于拉应力状态；煤体交界面处第 1 主应力极值为 0.19 MPa，处于压应力状态。当层面倾角开始增大时，交界面两侧第 1 主应力极值开始降低，倾角增大至 30°时，岩体交界面处第 1 主应力极值降低了 0.21 MPa，煤体交界面处第 1 主应力极值降低了 0.17 MPa。在层面倾角从 30°增大至 45°过程中，煤岩组合体交界面处的约束形式发生转变，岩体的第 1 主应力极值由 0.04 MPa 的拉应力转变为 0.1 MPa 的压应力，煤体的第 1 主应力极值由 0.03 MPa 的压应力转变为 0.1 MPa 的拉应力。随着层面倾角继续增大，交界面两侧的第 1 主应力极值呈增大趋势，在倾角为 60°时的岩体第 1 主应力极值为 0.12 MPa，极值位置处于界面中上部，煤体第 1 主应力极值为 0.15 MPa，极值位置处于界面中下部。

由上述结果分析可知，煤岩组合体交界面第 1 主应力分布存在 2 种状态，由岩体的拉应力和煤体的压应力状态转变为岩体的压应力和煤体的拉应力状态。当层面倾角小于主应力转变的临界倾角时，界面法向压力产生的界面约束作用较大，在交界面处煤体对岩体产生拉约束作用，岩体对煤体存在压约束作用。当层面倾角大于转变的临界倾角时，界面切向应力产生的界面约束作用较大，在交界面处煤体对岩体产生压约束作用，岩体对煤体存在拉约束作用。

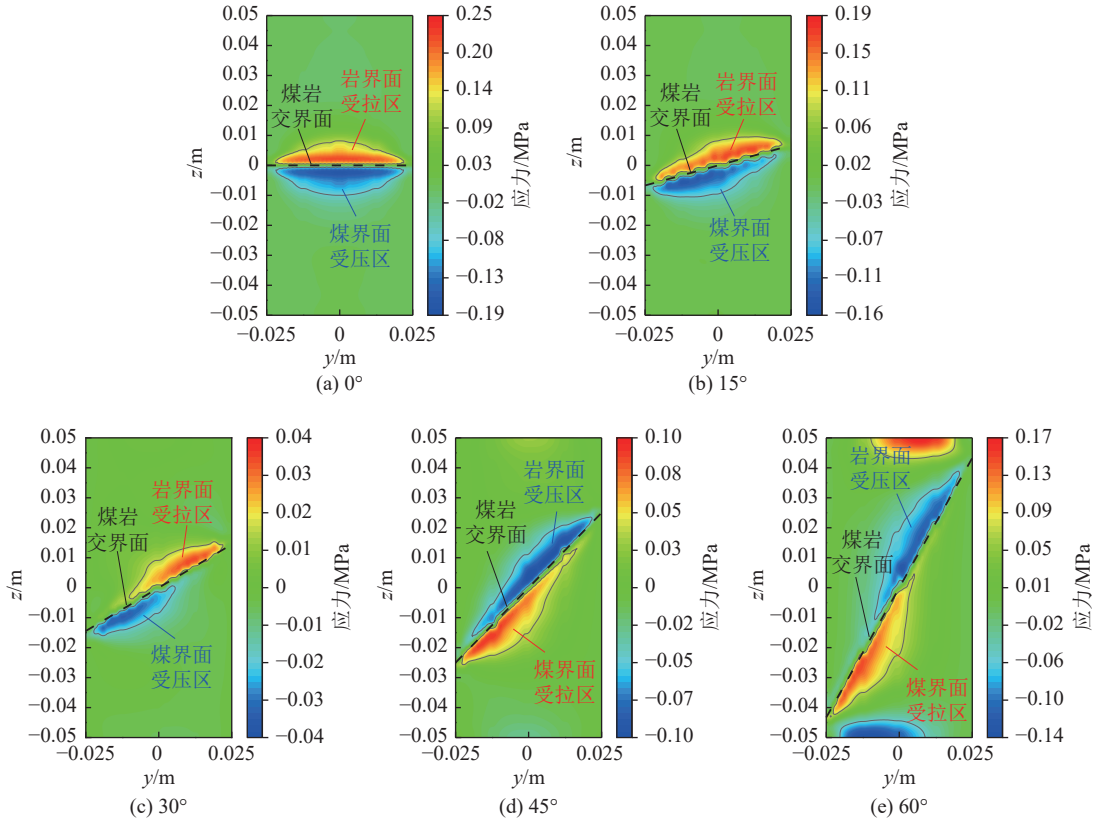


图 4　不同倾角下第 1 主应力展布形态与演化特征

Fig.4　Distribution and evolution characteristics of first principal stress at different dip angles

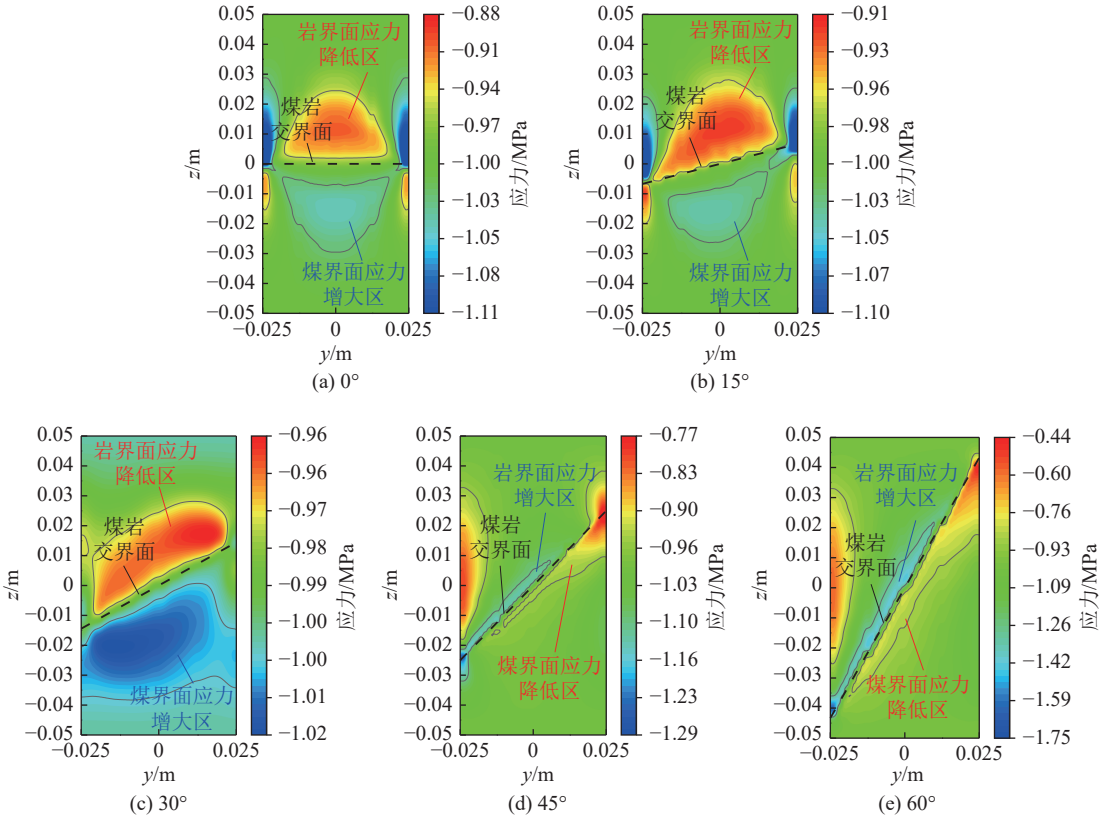


图 5　不同倾角下第 3 主应力展布形态与演化特征

Fig.5　Distribution and evolution characteristics of third principal stress at different dip angles

2.3　第 3 主应力展布形态与演化规律

图 5 为不同倾角下煤岩组合体受载变形后第 3 主应力大小演化分布云图，分析可知，当倾角为 0°时，由于界面约束作用影响，在 1 MPa 载荷下交界面上下两侧第 3 主应力产生一定偏差，岩体中部小于 1 MPa，煤体中部大于 1 MPa。随着倾角的增大，交界面上下两侧的第 3 主应力偏差程度降低，在倾角处于 30°~45°偏差最小。在倾角处于 45°~60°时，左右两侧边界效应较为明显，交界面中部第 3 主应力偏差情况与之前相反。岩体中部第 3 主应力偏大，煤体中部偏小，且偏差程度随倾角增大而越明显。

可以看出，在煤岩交界面为水平情况下，岩体交界面处中部第 3 主应力极值为 0.96 MPa，煤体交界面处中部第 3 主应力极值为 1.04 MPa。在倾角从 0°增加至 30°的过程中，岩体中部第 3 主应力极值增大至 0.98 MPa，煤体中部第 3 主应力极值减小至 1.02 MPa。在倾角从 30°增加至 60°的过程中，第 3 主应力变化幅度增大，岩体中部第 3 主应力大小继续增大至 1.37 MPa，煤体中部第 3 主应力大小继续降低至 0.83 MPa。

由上述结果分析可知，煤岩组合体交界面第 3 主应力分布亦存在 2 种状态，即在倾角为 0°~30°的“岩体偏小，煤体偏大”状态转变至倾角为 45°~60°的“岩体偏大，煤体偏小”状态。当交界面倾角小于转变状态的临界倾角时，在交界面处煤体对岩体的拉约束作用使得应力主要向交界面两端传递，中部出现应力降低区，而煤体受到岩体压约束作用结果与之相反。当交界面倾角大于转变状态的临界倾角时，在交界面处煤体受拉而岩体受压，应力传递主要集中在岩体中部和煤体两侧，则第 3 主应力大小为岩体交界面处偏大而煤体反之。随着倾角继续增大，该约束作用下的应力增量越大，上述特征越明显。

2.4　主应力方向偏转特征与演化规律

由于煤岩组合体受载变形后靠近交界面处岩体的主应力方向会随着应力状态的改变而发生偏转，而煤岩组合体交界层面处的应力传递路径将会直接受主应力方向的偏转而改变，进而影响岩体的破坏机理。为分析煤岩组合体受载变形后受层面倾角影响下的主应力偏转情况，将前述数值模拟和理论计算结果中的 *yoz* 测面上主应力进一步换算为主应力偏转角。利用式 (1) 计算出岩体内任一点的第 1 主应力偏转角 θ，以 y 轴向 z 轴偏转为正[23]。

$$\theta = \arctan\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_y}{\tau_{yz}}\right) \tag{1}$$

式中，σ_y，τ_{yz}分别为数值模拟部分煤岩组合体的内部一点应力状态的两个应力分量。

在煤岩组合体受载变形后，*yoz* 平面内非交界面部分煤岩组合体第 1 主应力方向与 y 轴所在直线平行，第 3 主应力方向平行于 z 轴所在直线，而在交界面处煤岩组合体主应力方向发生偏转。根据式 (1) 第 1 主应力偏转角 θ 的计算结果即为煤岩组合体内任一点的主应力以远离交界面处的主应力方向为基准的偏转角，即以逆时针偏转为正，反之为负。

图 6 为不同倾角下主应力偏转角度演化分布云图，分析可知，交界面附近煤岩组合体在不同倾角主要处于 2 种主应力偏转状态。层面倾角为 0°时，煤岩组合体中部主应力方向无偏转，两侧呈现对称偏转分布。随着倾角从 0°增大至 30°，交界面上部岩体的主应力方向呈逆时针偏转的趋势，而交界面下部煤体偏转趋势相反，且两侧主应力偏转幅度先增大后减小。层面倾角 30°~45°，交界面附近的煤体与岩体主应力偏转方向发生转变；倾角为 45°~60°交界面上部岩体主应力向顺时针方向偏转，交界面下部煤体主应力向逆时针方向偏转。

可以看出，当倾角处于 0°~30°时，交界面附近煤岩组合体主应力处于煤体部分顺时针的主应力偏转状态+岩体部分逆时针的主应力偏转状态（简称“煤顺+岩逆”，下同）的偏转状态。随着倾角的增大，岩体主应力的偏转角度呈先增后减的变化趋势，岩体中部的最大偏转角度为 2.3°，煤体中部的最大偏转角度为 3.0°。当倾角在 45°~60°的范围内时，交界面附近煤岩组合体主应力处于“煤逆+岩顺”的偏转状态。随着倾角的继续增大，主应力的偏转程度也越明显，在倾角为 60°时，主应力偏转角度最大，岩体中部最大偏转角 7.3°，煤体为 8.6°。

由此可知，煤岩组合体主应力方向的偏转在不同倾角时存在 2 种偏转状态。当交界面倾角小于临界倾角时，交界面处煤体对岩体的拉约束作用使得应力传递方向主要从岩体两端向交界面传递，则主应力在交界面两端向煤体中部方向偏转。因此在没有倾角时，煤岩组合体交界面中部上下侧的主应力未发生偏转。倾角增大时，岩体交界面处主应力呈逆时针偏转，煤体交界面处主应力呈顺时针方向偏转。当交界面倾角大于临界倾角时，交界面处岩体受煤体的压约束作用使得上端载荷的应力传递主要从岩体中部向煤体两侧传递，即分别沿交界面向左下侧传递与穿过交界面向右下侧传递。因此交界面上部岩体主应力偏转方向为顺时针，下部煤体主应力偏转方向为逆时针，其偏转程度随着倾角增大也越明显。

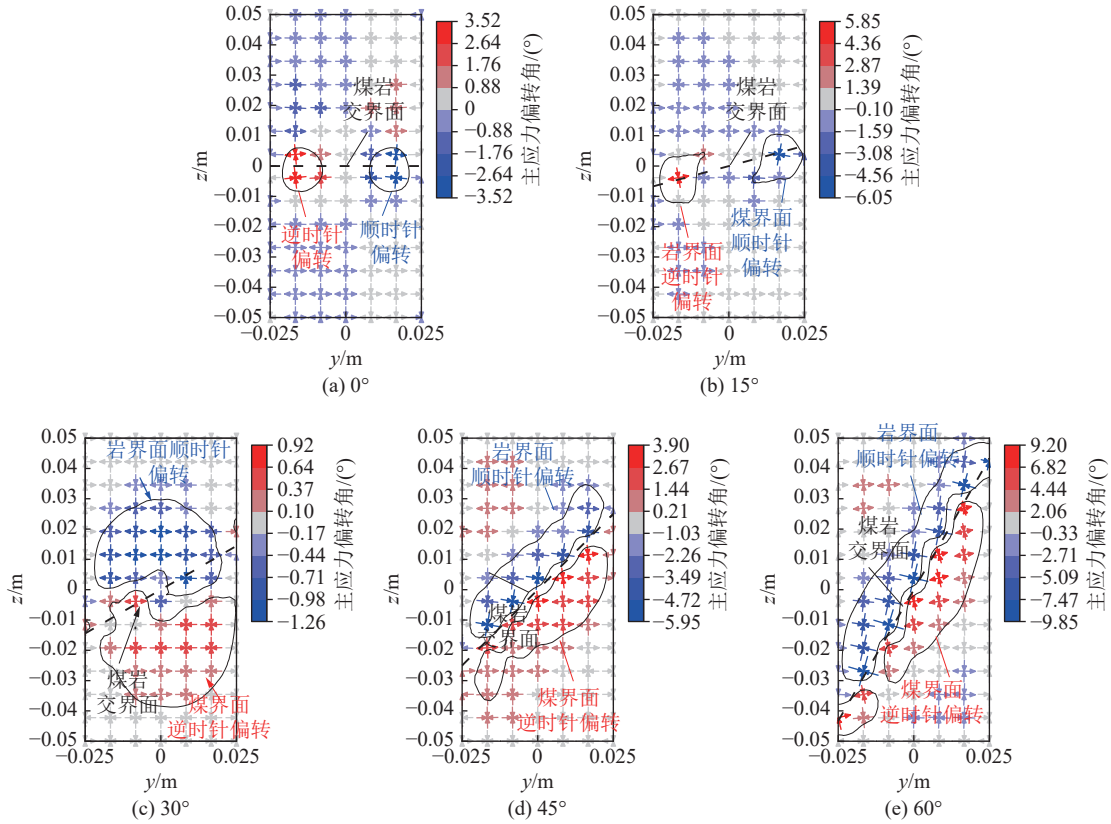


图 6　不同倾角下主应力方向演化特征

Fig.6　Evolution characteristics of principal stress directions at different dip angles

3　煤岩组合体强度特性与力学分析

3.1　单轴作用下倾斜煤岩组合体力学模型

上文分析了不同倾角煤岩组合体受载变形破坏及其内部主应力状态展布形态，可以看出，前述煤岩组合体变形破坏模式随倾角增大而发生的转变，与其内部主应力大小与方向的演化特征有一定的影响关系。据此，为揭示煤岩组合体内部力学特性对其强度特征的影响机理，建立岩 (A) 和煤 (B) 组合岩体力学模型，其弹性模量和泊松比分别为 E_A、E_B、μ_A、μ_B。受自重应力、地质构造应力以及地温热应力等因素下的综合影响，将煤岩组合体单元受力状态简化为受 σ_x、σ_y 和 σ_z 三个均匀分布应力作用下的三向压缩状态，如图 7 所示。建立绝对坐标系 o-xyz 和相对坐标系 o'-$x'y'z'$用以表示不同倾角岩体的应力状态，将绝对坐标系下煤岩组合体应力状态作坐标转轴变换，即可视其为水平交界煤岩组合体应力状态。

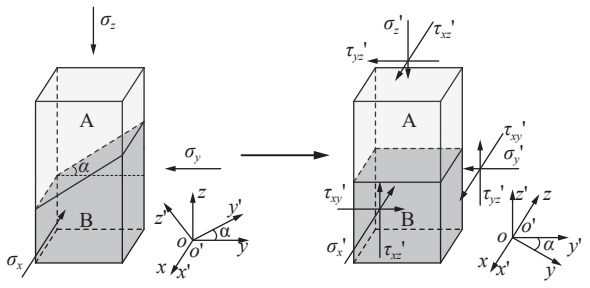


图 7　倾斜煤岩组合体受力分析

Fig.7　Stress analysis of inclined coal-rock body

设 P_z 为单轴压缩载荷大小，方向平行于 z 轴；$\boldsymbol{\sigma}$ 与$\boldsymbol{\sigma}'$分别为坐标转换前与转换后应力矩阵；$\boldsymbol{n}$ 为转换矩阵。当煤岩组合体无围压加载时有：

$$\begin{cases}\sigma_z = P_z \\ \sigma_x = \sigma_y = 0\end{cases} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_z \end{bmatrix} \tag{3}$$

由 6 个应力分量组成的单元应力状态矩阵的计算式如下：

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{n}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

该坐标转换矩阵由新坐标系的 3 个轴分别对原坐标系 3 个轴正方向夹角的余弦值组成，设其夹角分别为 α_i, β_i 和 γ_i (i=1,2,3)，则该矩阵可表示为

$$\boldsymbol{n} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & \cos\beta_1 & \cos\gamma_1 \\ \cos\alpha_2 & \cos\beta_2 & \cos\gamma_2 \\ \cos\alpha_3 & \cos\beta_3 & \cos\gamma_3 \end{bmatrix} \tag{5}$$

假设交界层面旋转方向为绕 x 轴正向旋转，则取各轴间夹角分别为 α_1=0, α_2=α_3=β_1=γ_1=90°, β_2=γ_3=α, β_3=90°+α, γ_2=90°−α 则式 (3) 经式 (4) 坐标转换后所

得的应力分量可表示为

$$\begin{cases}\sigma'_y = P_z\sin^2\alpha \\ \sigma'_z = P_z\cos^2\alpha \\ \tau'_{yz} = P_z\sin\alpha\cos\alpha \\ \sigma'_x = \tau'_{xy} = \tau'_{xz} = 0\end{cases} \tag{6}$$

根据力学叠加原理，将上述结果中 3 个应力分量 σ_y、σ_z 和 τ_{yz} 作用的单元体转化为分别受其中一个应力作用的叠加状态如图 8 所示，即 8a=8b+8c+8d，分别计算各自受力情况下的煤岩交界层面处的应力分量并叠加。

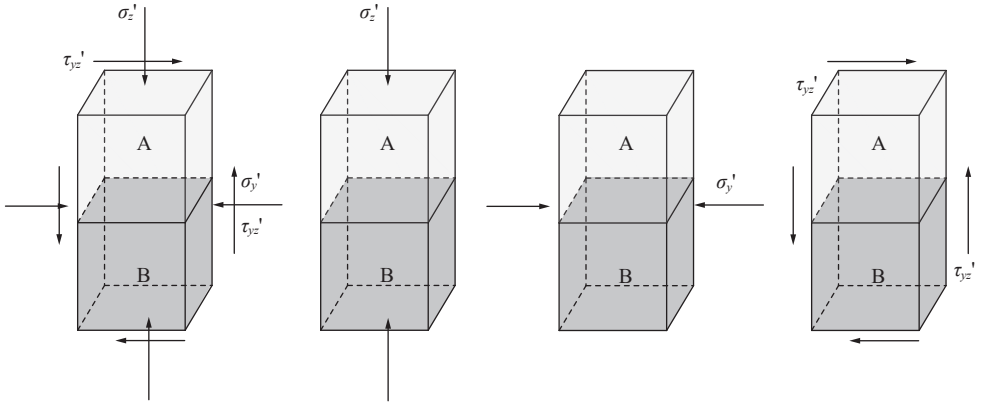


图 8　应力状态分解

Fig.8　Stress state decomposition

3.2　煤岩交界面应力约束特征

根据层间具有黏聚力的层状岩体应力应变分析原理[1]，此处假设煤岩交界层面之间具有黏结力，受力变形后不产生相对滑移并忽略其胶结物质的厚度。设煤、岩单体弹性模量和泊松比的大小不同，即 $E_A>E_B$ 和 $\mu_A>\mu_B$，则界面两侧煤体与岩体因岩性差异而产生不同形式的约束作用并产生应力增量。

当仅存在图 8b 所示的轴向荷载作用时，由于交界面两侧岩性差异，煤体对岩体产生拉约束作用，相反岩体对煤体产生压约束作用。设沿着煤岩交界面内 x'和 y'方向产生的应力增量大小为 σ_z'的 k_1 倍，如图 9 所示。

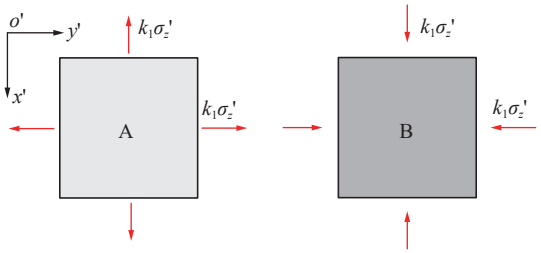


图 9　轴向载荷作用时的约束示意

Fig.9　Schematic of restraint under axial load

同理，当仅有图 8c 所示荷载作用时，煤体对岩体在 x'方向产生拉约束作用，在 y'方向产生压约束作用。相反岩体对煤体在 x'方向产生压约束作用，在 y'方向产生拉约束作用。设沿着煤岩交界面 x'方向产生 k_2 倍 σ_y'的应力增量，在 y'方向产生 k_3 倍 σ_y'的应力增量，如图 10 所示。

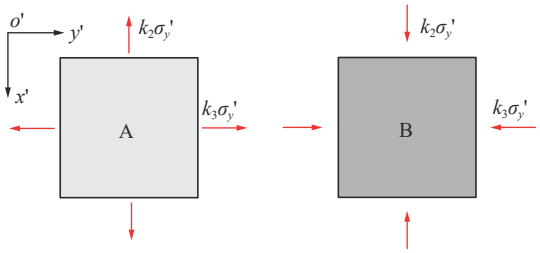


图 10　横向载荷作用时的约束示意

Fig.10　Schematic of restraint when lateral load acts

当仅有图 8d 所示荷载作用时，煤岩组合体应力状态不发生变化。由此可知，单轴作用下倾斜煤岩组合体存在 2 类界面约束效果。在 x'方向上，岩体受到 2 类约束作用产生拉应力增量，相反煤体受到 2 类约束作用产生压应力增量。在 y'方向上，煤体与岩体受到 2 类约束作用将分别产生拉、压应力增量。将上述各应力状态进行叠加可得交界面附近的煤体与岩体的 6 个应力分量如式 (7) 和 (8) 所示。

$$\begin{cases}\sigma'_{x\mathrm{A}} = -k_2\sigma'_y - k_1\sigma'_z \\ \sigma'_{y\mathrm{A}} = \sigma'_y + k_3\sigma'_y - k_1\sigma'_z \\ \sigma'_{z\mathrm{A}} = \sigma'_z \\ \tau'_{yz\mathrm{A}} = \tau'_{yz} \\ \tau'_{xy\mathrm{A}} = \tau'_{xz\mathrm{A}} = 0\end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases}\sigma'_{x\mathrm{B}} = k_2\sigma'_y + k_1\sigma'_z \\ \sigma'_{y\mathrm{B}} = \sigma'_y - k_3\sigma'_y + k_1\sigma'_z \\ \sigma'_{z\mathrm{B}} = \sigma'_z \\ \tau'_{yz\mathrm{B}} = \tau'_{yz} \\ \tau'_{xy\mathrm{B}} = \tau'_{xz\mathrm{B}} = 0\end{cases} \tag{8}$$

上式应力分量是在倾斜坐标系 o'-$x'y'z'$下所表示

的受力状态，绝对坐标系 *o-xyz* 下的各应力分量需根据式 (4) 的逆变换计算可得。由于交界面受力变形后不产生相对滑移满足变形连续条件，将式 (7) 和式 (8) 代入广义胡克本构关系式 (9) 中分别计算煤岩组合体交界面处应变分量，令 $[\varepsilon_A']=[\varepsilon_B']$ 建立应变连续关系计算应力增量系数 k_1, k_2 和 k_3 的值如式 (10) 所示。

$$\begin{cases} \varepsilon'_{xi} = \dfrac{1}{E_i}[\sigma'_{xi} - \mu(\sigma'_{yi} + \sigma'_{zi})] \\ \varepsilon'_{yi} = \dfrac{1}{E_i}[\sigma'_{yi} - \mu(\sigma'_{xi} + \sigma'_{zi})] \\ \varepsilon'_{zi} = \dfrac{1}{E_i}[\sigma'_{zi} - \mu(\sigma'_{xi} + \sigma'_{yi})] \\ i = \mathrm{A,B} \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} k_1 = \dfrac{E_\mathrm{A}\mu_\mathrm{B} - E_\mathrm{B}\mu_\mathrm{A}}{E_\mathrm{A}(1-\mu_\mathrm{B}) + E_\mathrm{B}(1-\mu_\mathrm{A})} \\ k_2 = \dfrac{2E_\mathrm{A}E_\mathrm{B}(\mu_\mathrm{A} - \mu_\mathrm{B})}{(E_\mathrm{A}\mu_\mathrm{B} + E_\mathrm{B}\mu_\mathrm{A})^2 - (E_\mathrm{A} + E_\mathrm{B})^2} \\ k_3 = \dfrac{E_\mathrm{A}^2(\mu_\mathrm{B}^2 - 1) - E_\mathrm{B}^2(\mu_\mathrm{A}^2 - 1)}{(E_\mathrm{A}\mu_\mathrm{B} + E_\mathrm{B}\mu_\mathrm{A})^2 - (E_\mathrm{A} + E_\mathrm{B})^2} \end{cases} \tag{10}$$

结合式 (7)、式 (8) 和式 (9) 分析可知，3 个系数 k 只与煤岩单体的物理性质有关，决定着交界面处应力增量的大小，而应力分量 σ_y'和 σ_z'分别作用时的约束形式决定着应力增量产生的方向。倾角不同时 2 种约束形式的叠加结果改变了应力分量的大小，交界面上侧岩体与下侧煤体在不同倾角时因受力不均匀而具有不同的强度。

由前述结果分析可知，单轴加载条件下煤岩组合体在倾角影响下的主应力大小和方向特征都存在 2 种状态，设临界倾角为 α_0，则此时煤岩组合体交界面处主应力状态处于临界转变状态。由理论分析可知，煤岩组合体在倾角影响下存在 2 种界面约束作用，在 2 种约束作用下交界面附近煤岩组合体产生应力增量，从而导致应力状态发生改变，其中，在 y'方向上，煤、岩体受到 2 类约束作用分别产生拉、压应力增量，设叠加结果为$\Delta\sigma$，如式 (11) 所示。

$$\Delta\sigma = k_3\sigma'_y - k_1\sigma'_z = p_z(k_3\sin^2\alpha - k_1\cos^2\alpha) \tag{11}$$

分析可知，随着层面倾角的增大，轴向载荷 σ_z'作用时的界面约束效果逐渐降低，横向载荷 σ_y'作用时的界面约束效果逐渐增大。当交界面附近煤岩组合体产生的拉、压应力增量大小相等时，2 种界面约束的影响效果相互抵消。此时，煤岩组合体应力状态未产生应力增量，令$\Delta\sigma$ 为 0，可得该临界倾角 α_0 为式 (12)，分析可知，该临界倾角的大小仅取决于 2 种应力增量的系数大小，结合式 (10) 可知该值大小与煤岩组合体物理性质有关。

$$\alpha_0 = \arctan\left(\sqrt{\frac{k_1}{k_3}}\right) \tag{12}$$

3.3　强度分析

在界面约束作用下，交界面附近的煤岩组合体在单轴压缩过程中处于三向受力状态。基于煤岩组合体破坏前主应力大小与方向随层面倾角变化的演化特征，选取 Dracker-Prager 强度准则来描述交界面部分的煤体和岩体在外载作用下的强度关系，分析组合体界面部分在不同倾角时的破坏规律。假设在层面倾角为 α 时的煤岩组合体极限应力平衡状态为

$$\bar{\alpha}I_1 + \sqrt{J_2} - \bar{k} = 0 \tag{13}$$

其中，I_1 为应力第 1 不变量；J_2 为应力偏量第 2 不变量，分别表示如下：

$$\begin{cases} I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ J_2 = \dfrac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \end{cases} \tag{14}$$

其中，$\bar{\alpha}$和$\bar{k}$为与岩石内摩擦角 φ 和黏聚力 c 有关的试验常数，分别表示如下：

$$\begin{cases} \bar{\alpha} = \dfrac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin\varphi)} \\ \bar{k} = \dfrac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin\varphi)} \end{cases} \tag{15}$$

结合式 (7)、式 (8) 可计算不同倾角下煤岩组合体主应力 σ_1、σ_2 和 σ_3 大小，分析可知，化简过程中主应力表达式中的载荷 P_z 可独立提出，则应力第 1 不变量和应力偏量第 2 不变量的化简过程中载荷 P_z 也可独立提出，如式 (16) 所示。

$$\begin{cases} I_1 = C_\mathrm{I}P_z \\ \sqrt{J_2} = C_\mathrm{J}P_z \end{cases} \tag{16}$$

其中，C_I, C_J 为界面倾角 α 和 3 个应力增量系数 k_1, k_2, k_3 的函数，可根据前述理论模型推导计算得出。设煤岩组合体受载变形处于极限平衡状态时载荷大小为 P，将此时的式 (16) 代入式 (13) 中化简可得倾角影响下交界面附近煤岩组合体强度变化表达式：

$$P = \frac{\bar{k}}{\bar{\alpha}C_\mathrm{I} + C_\mathrm{J}} = \frac{6c\cos\varphi}{2\sin\varphi\ C_\mathrm{I} + \sqrt{3}(3 - \sin\varphi)C_\mathrm{J}} \tag{17}$$

煤岩组合体的强度特征不仅与煤、岩单体强度大小有关，还与组合体结构面强度有关，其组合体强度特征应是两者力学特性的综合反映结果。

4　算例与分析

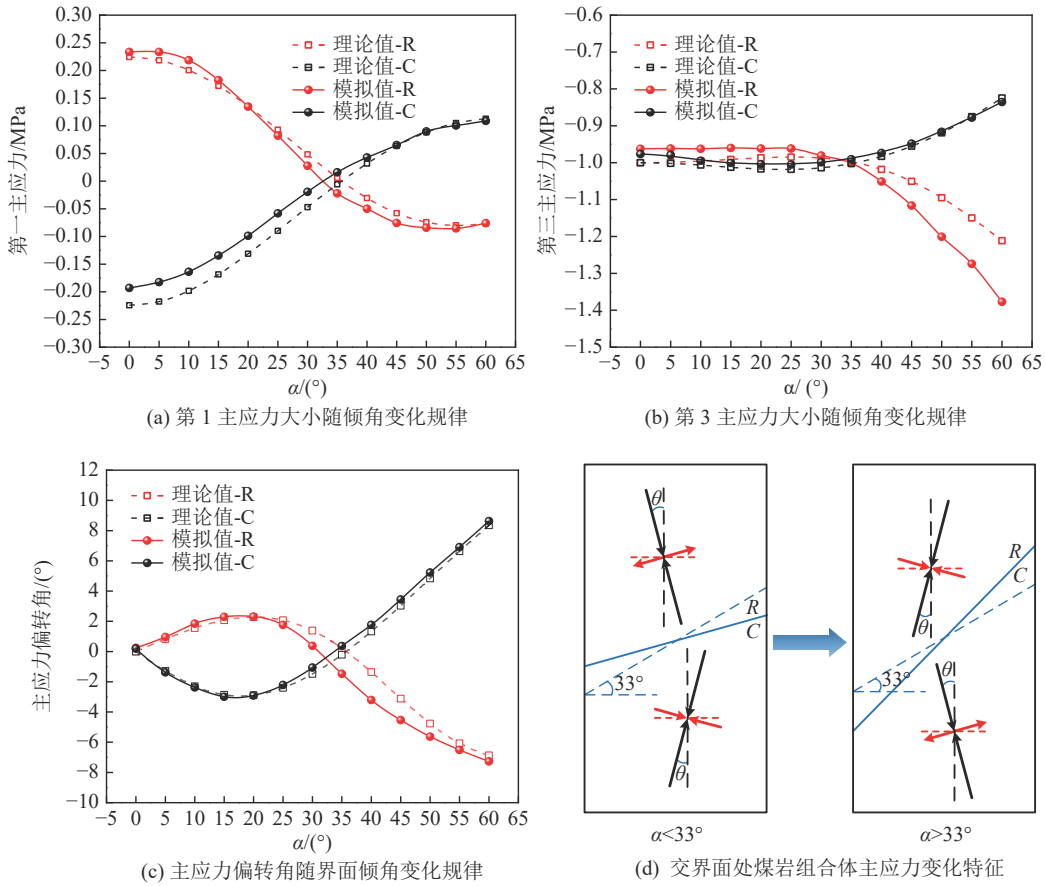
选取煤岩组合体交界面中心上下邻近位置布置测点，在 *yoz* 平面内计算该位置处第 1、第 3 主应力

大小及其偏转角随倾角变化情况，并与理论值作比较，理论计算相关参数见表 1，结果如图 11a，图 11b 和图 11c 所示。分析可知，理论计算与数值模拟的结果随倾角变化趋势基本一致，两者间的误差来源于理论模型本身的约束性以及数值模拟中煤岩组合体随倾角增大而增大的边界效应的影响。

由式 (12) 计算得临界倾角 α_0 大小约 33°，煤岩组合体主应力的大小和方向在 33°倾角前后处于两种状态，岩体与煤体的主应力状态相互对称。当倾角取 0°~33°时，岩体主应力处于“拉压+逆时针偏转”(“拉压”表示两个主应力一正一负“双压”表示两个主应力都是负)状态，煤体主应力处于“双压+顺时针偏转”状态。当层面倾角取 33°~60°时，岩体主应力处于“双压+顺时针偏转”状态，煤体主应力处于“拉压+逆时针偏转”状态，如图 11d 所示。

记岩体 (R) 和煤体 (C) 在远离交界面区域分别为 A 和 B，靠近交界面区域分别为 a 和 b。在载荷增大过程中，因岩单体的强度大于煤单体，则煤岩组合体的破坏主要以煤体与交界面组合破坏为主。由此分别计算交界面煤体和岩体强度，结果如图 12a 所示，其中实线为煤岩组合体交界面初始破坏时轴向压力的数值模拟结果，虚线为理论计算结果。分析可知，由于主应力大小与方向在 33°倾角前后演化特征的差异性，使得不同倾角煤岩组合体交界面强度有所不同。当 α<33°时，岩体交界面易产生拉剪破坏而强度较小，煤岩组合体处于“交界面上侧岩体+非交界面部分煤体”组合破坏模式如图 12b 所示，此时煤岩组合体在该模式下还具有一定结构性质的承载能力。当 α>33°时，煤体交界面易产生拉剪破坏而强度较小，煤岩组合体处于“交界面下侧煤体+非交界面部分煤体”组合破坏模式如图 12c 所示，此时煤岩组合体失去自身承载结构而强度较低。数值模拟结果中的强度随倾角的变化规律与前文煤岩组合体试验结果类似，其组合破坏模式的转变可与试验结果中剪切变形破坏向界面滑移破坏的转变规律所对应。

综上所述，单轴压缩条件下煤岩组合体的应力传递规律与强度特征在不同倾角时发生改变，具体表现在：①由于煤岩单体物理力学性质差异，交界层面处受两类界面约束作用影响，其主应力状态随倾角增大而发生改变，在不同倾角时煤岩组合体因受力不均匀而具有不同的强度；②2 类界面约束在不同

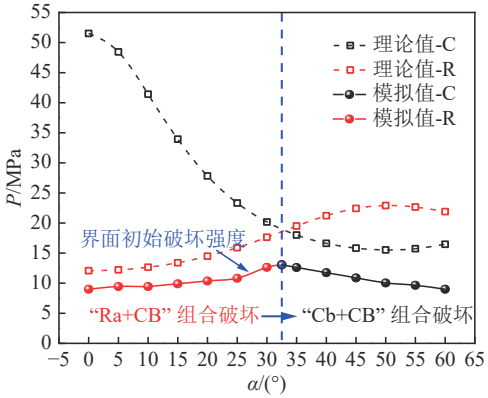


(a) 第 1 主应力大小随倾角变化规律　(b) 第 3 主应力大小随倾角变化规律

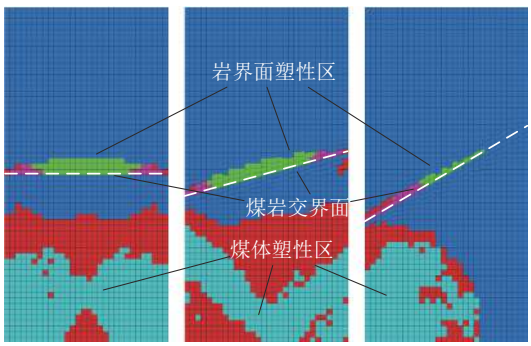
(c) 主应力偏转角随界面倾角变化规律　(d) 交界面处煤岩组合体主应力变化特征

图 11　交界面处煤岩组合体主应力状态演化特征

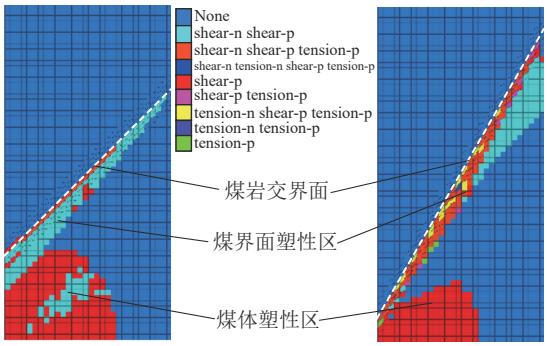
Fig.11　Evolution characteristics of principal stress state of coal-rock body at the interface



(a) 倾角效应对煤岩组合体强度的影响规律



(b) “Ra+CB” 组合破坏



(c) “Cb+CB” 组合破坏

图 12　倾角效应影响下煤岩组合体强度及破坏演化特征

Fig.12　Dip effect on the strength and failure evolution characteristics of coal and rock mass

倾角时分别产生不同的应力增量，其叠加结果使得煤岩组合体内部主应力大小展布形态及其方向偏转规律在不同倾角主要处于 2 种不同的状态；③煤岩组合体内部主应力大小展布形态与其偏转状态的改变，使得不同倾角时交界面处煤体与岩体初始强度不同而诱发 2 类不同类型的结构性失稳。

5　结　　论

1) 倾角从 0°至 60°的增大过程中，煤岩组合体的第 1 主应力由 “煤体受压+岩体受拉” 状态转变为 “煤体受拉+岩体受压” 状态，第 1 主应力大小呈现先减小后增大的趋势，第 3 主应力大小随倾角增大呈 “煤减+岩增” 的单调演变趋势。

2) 煤岩组合体主应力方向随倾角增大由 “煤顺+岩逆” 转变为 “煤逆+岩顺” 的偏转状态，交界面上侧岩体与下侧煤体随倾角变化时的主应力偏转状态相互对称，其偏转幅度呈 “增→减→增” 的变化趋势。

3) 单轴加载条件下煤岩组合体主应力大小和方向随层面倾角变化处于 2 种应力状态，2 种状态的转变使得煤岩组合体由 “交界面上侧岩体+非交界面部分煤体” 的组合破坏模式转变为 “交界面下侧煤体+非交界面部分煤体” 的组合破坏模式，煤岩组合体的强度随着倾角增大而降低。

参考文献(References):

[1] 鲜学福，谭学术. 层状岩体破坏机理[M]. 重庆：重庆大学出版社，1989.
XIAN Xuefu, TAN Xueshu. Failure mechanisms of layered rock masses[M]. Chongqing: Chongqing University Press, 1989.

[2] 伍永平，贠东风，解盘石，等. 大倾角煤层长壁综采：进展、实践、科学问题[J]. 煤炭学报，2020，45(1)：24−34.
WU Yongping, YUN Dongfeng, XIE Panshi, *et al*. Progress, practice and scientific issues in steeply dipping coal seams fully-mechanized mining[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(1): 24−34.

[3] 罗生虎，田程阳，伍永平，等. 大倾角煤层长壁开采顶板受载与变形破坏倾角效应[J]. 中国矿业大学学报，2021，50(6)：1041−1050.
LUO Shenghu, TIAN Chengyang, WU Yongping, *et al*. Obliquity effect of asymmetric deformation and failure of roof in longwall mining of steeply inclined seam[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2021, 50(6): 1041−1050.

[4] 梅松华. 层状岩体开挖变形机制及破坏机理研究[D]. 武汉：中国科学院武汉岩土力学研究所，2008.
MEI Songhua. Study on deformation mechanism and failure characteristics of layered rock masses due to excavation[D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2008.

[5] 张泽天, 刘建锋, 王　璐, 等. 组合方式对煤岩组合体力学特性和破坏特征影响的试验研究[J]. 煤炭学报, 2012, 37(10): 1677−1681.
ZHANG Zetian, LIU Jianfeng, WANG Lu, *et al*. Effects of combination mode on mechanical properties and failure characteristics of the coal-rock combinations[J]. Journal of China Coal Society, 2012, 37(10): 1677−1681.

[6] 郭东明, 左建平, 张　毅, 等. 不同倾角组合煤岩组合体的强度与破坏机制研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(5): 1333−1339.
GUO Dongming, ZUO Jianping, ZHANG Yi, *et al*. Research on strength and failure mechanism of deep coal-rock combination bodies of different inclined angles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(5): 1333−1339.

[7] 杨　科, 刘文杰, 窦礼同, 等. 煤岩组合体界面效应与渐进失稳特征试验[J]. 煤炭学报, 2020, 45(5): 1691−1700.
YANG Ke, LIU Wenjie, DOU Litong, *et al*. Experiment on interface effect and progressive instability characteristics of coal-rock assembly[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(5): 1691−1700.

[8] CHEN Y, ZUO J, LIU D, *et al*. Deformation failure characteristics of coal-rock combined body under uniaxial compressio: experimental and numerical investigations[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2019, 78(5): 3449–3464.

[9] 窦林名, 田京城, 陆菜平, 等. 组合煤岩冲击破坏电磁辐射规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(19): 3541−3544.
DOU Linming, TIAN Jingcheng, LU Caiping, *et al*. Research on electromagnetic radiation rules of composed coal-rock burst failure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(19): 3541−3544.

[10] 左建平, 陈　岩, 张俊文, 等. 不同围压作用下煤–岩组合体破坏行为及强度特征[J]. 煤炭学报, 2016, 41(11): 2706−2713.
ZUO Jianping, CHEN Yan, ZHANG Junwen, *et al*. Failure behavior and strength characteristics of coal-rock combined body under different confining pressures[J]. Journal of China Coal Society, 2016, 41(11): 2706−2713.

[11] 解北京, 严　正. 基于层叠模型组合煤岩组合体动态力学本构模型[J]. 煤炭学报, 2019, 44(2): 463−472.
XIE Beijing, YAN Zheng. Dynamic mechanical constitutive model of combined coal-rock mass based on overlay model[J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(2): 463−472.

[12] 李成杰, 徐　颖, 张宇婷, 等. 冲击荷载下裂隙类煤岩组合体能量演化与分形特征研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(11): 2231−2241.
LI Chengjie, XU Ying, ZHANG Yuting, *et al*. Study on energy evolution and fractal characteristics of cracked coal-rock-like combined body under impact loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(11): 2231−2241.

[13] 宋录生, 赵善坤, 刘　军, 等. “顶板–煤层”结构体冲击倾向性演化规律及力学特性试验研究[J]. 煤炭学报, 2014, 39(S1): 23−30.
SONG Lusheng, ZHAO Shankun, LIU Jun, *et al*. Experimental research on rules of rock burst tendency evolution and mechanical properties of “roof-coal” structure body[J]. Journal of China Coal Society, 2014, 39(S1): 23−30.

[14] 杨　磊, 高富强, 王晓卿, 等. 煤岩组合体的能量演化规律与破坏机制[J]. 煤炭学报, 2019, 44(12): 3894−3902.
YANG Lei, GAO Fuqiang, WANG Xiaoqing, *et al*. Energy evolution law and failure mechanism of coal-rock combined specimen[J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(12): 3894−3902.

[15] 王学滨. 煤岩两体模型变形破坏数值模拟[J]. 岩土力学, 2006, 27(7): 1066−1070.
WANG Xuebin. Numerical simulation of deformation and failure for two bodies model composed of rock and coal[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(7): 1066−1070.

[16] 郭伟耀, 周　恒, 徐宁辉, 等. 煤岩组合体力学特性模拟研究[J]. 煤矿安全, 2016, 47(2): 33−35,39.
GUO Weiyao, ZHOU Heng, XU Ninghui, *et al*. Simulation study of mechanical properties of coal rock combination[J]. Safety in Coal Mines, 2016, 47(2): 33−35,39.

[17] 曹吉胜, 戴前伟, 周　岩, 等. 考虑界面倾角及分形特性的组合煤岩组合体强度及破坏机制分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2018, 49(1): 175−182.
CAO Jisheng, DAI Qianwei, ZHOU Yan, *et al*. Failure mechanism and strength of coal-rock combination bodies considering dip angles and fractal characteristics of interface[J]. Journal of Central South University:Science and Technology, 2018, 49(1): 175−182.

[18] 付　斌, 周宗红, 王友新, 等. 不同煤岩组合体力学特性的数值模拟研究[J]. 南京理工大学学报, 2016, 40(4): 485−492.
FU Bin, ZHOU Zonghong, WANG Youxin, *et al*. Numerical simulation of different combination of coal and rock sample mechanics and acoustic emission characteristics[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2016, 40(4): 485−492.

[19] 郑颖人, 孔　亮. 岩土塑性力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
ZHENG Yingren, KONG Liang. Geotechnical plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2010.

[20] 左保成, 陈从新, 刘才华. 相似材料试验研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(11): 1805−1808.
ZUO Baocheng, CHEN Congxin, LIU Caihua. Research on similar material experiment[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(11): 1805−1808.

[21] 黄彦华, 杨圣奇, 刘相如. 类岩石材料力学特性的试验及数值模拟研究[J]. 实验力学, 2014, 29(2): 239−249.
HUANG Yanhua, YANG Shengqi, LIU Xiangru. Experimental and numerical study on the mechanical characteristics of rock-like materials[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2014, 29(2): 239−249.

[22] 殷鹏飞. 层状复合岩石试样力学特性单轴压缩试验与颗粒流模拟研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2016.
YIN Pengfei. Experiment and particle flow simulation on mechanical properties of layered composite rock under uniaxial compression [D]. Xuzhou: University of Mining and Technology, 2016.

[23] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2016.
XU Zhilun. Elastic mechanics[M]. Beijing: Higher Education

Press, 2016.